

Sia dato un velivolo bimotore, propulso a elica, in volo alla quota del mare, caratterizzato dai dati riportati nelle tabelle seguenti.

Tabella 1 Dati globali del velivolo.

Massa totale, $m = W/g$	2500 kg
Coefficiente di resistenza a portanza nulla, C_{D_0}	0,030
Fattore di Oswald della polare, e_{tot}	0,79
Posizione adimensionale del baricentro rispetto al bordo d'attacco della corda media aerodinamica, X_{cg}/\bar{c}	0,280

Tabella 3 Dati caratteristici dell'ala. (Continua)

Apertura, b	13,80 m
Corda di radice, c_r	1,78 m
Rapporto di rastremazione, $\lambda = c_t/c_r$	0,55
Gradiente del coefficiente di portanza del profilo alare, $C_{l_{\alpha,W}}$ (dato 2D)	0,105 deg ⁻¹
Svergolamento geometrico d'estremità, ε_t	-1,50 deg
Angolo di portanza nulla dell'ala, $\alpha_{0L,W}$ (dato 3D)	-1,05 deg
Calettamento della corda di radice rispetto alla retta di riferimento della fusoliera, i_w	2,5 deg
Posizione adimensionale del centro aerodinamico dell'ala rispetto al bordo d'attacco della corda media aerodinamica, $X_{ac,W}/\bar{c}$ (dato 3D)	0,28

Tabella 4 Dati caratteristici dell'impennaggio orizzontale.
Forma in pianta rettangolare, profilo simmetrico.

Superficie di riferimento, S_H	4,60 m ²
Apertura, b_H	4,60 m
Distanza del centro aerodinamico dell'impennaggio dal centro aerodinamico dell'ala, $X_{ac,H} - X_{ac,W}$	4,90 m
Corda di radice, $c_{r,H}$	1,00 m
Gradiente del coefficiente di portanza del profilo alare, $C_{l_{\alpha,H}}$ (dato 2D)	0,11 deg ⁻¹
Fattore di Oswald, e_H (di resistenza indotta)	0,90
Rapporto delle pressioni dinamiche, $\eta_H = \bar{q}_H/\bar{q}_\infty$	0,95
Calettamento dell'impennaggio orizzontale, i_H	-2,0 deg
Fattore di efficacia dell'elevatore, τ_e	0,38
Gradiente del coefficiente di momento di cerniera, $C_{H_{\alpha,e}}$	-0,0076 deg ⁻¹
Gradiente del coefficiente di momento di cerniera, $C_{H_{\delta_e,e}}$	-0,0140 deg ⁻¹
Corda di riferimento dell'equilibratore, \bar{c}_e	0,30 m

Tabella 2 Dati della fusoliera.

Coefficiente di momento di beccheggio a portanza nulla, $C_{M_{0,f}}$	-0,059
Gradiente del coefficiente di momento di beccheggio, $C_{M_{\alpha,f}}$	0,0062 deg ⁻¹
Gradiente del coefficiente di momento di imbardata, $C_{N_{\beta,f}}$	-0,00122 deg ⁻¹

Tabella 3 (Continua dalla precedente)
Dati caratteristici dell'ala.

Coefficiente di momento di beccheggio intorno al centro aerodinamico alare, $C_{M_{ac,W}}$ (dato 3D)	-0,073
Fattore di Oswald, e_W (di resistenza indotta)	0,87
Posizioni adimensionali in apertura delle sezioni estreme degli alettoni, (η_{inner} ; η_{outer})	0,70; 0,95
Fattore di efficacia dell'alettone, τ_a	0,40
Angolo di freccia del bordo d'attacco, Λ_{le}	12,0 deg
Angolo di diedro, Γ	5,0 deg

Tabella 5 Dati caratteristici dell'impennaggio verticale.

Superficie di riferimento, S_V	3,70 m ²
Distanza del centro aerodinamico dell'impennaggio dal baricentro del velivolo, l_V	5,75 m
Distanza verticale media tra il centro aerodinamico dell'impennaggio verticale e la direzione della velocità, h_V	1,35 m
Gradiente del coefficiente di portanza dell'impennaggio, $C_{L_{\alpha,V}}$ (dato 3D)	3,04 rad ⁻¹
Rapporto delle pressioni dinamiche, $\eta_V = \bar{q}_V/\bar{q}_\infty$	1,00
Fattore di efficacia del timone, τ_r	0,48
Gradiente dell'angolo di <i>sidewash</i> , $d\sigma/d\beta$	0,12

Tabella 6 Dati del sistema propulsivo. Si veda la figura 1.
(velivolo *bimotore* a elica, propulsori alari).

Diametro dell'elica, D_p	2,2 m
Gradiente dell'angolo di <i>upwash</i> in corrispondenza delle eliche, $d\varepsilon_u/d\alpha_B$	0,420
Gradiente del coefficiente di forza normale dell'elica, $dC_{N_p}/d\alpha_p$	0,0032 deg ⁻¹
Distanza longitudinale del punto di applicazione della spinta dal baricentro, X_T	1,30 m
Distanza laterale del motore destro, Y_T	3,20 m
Distanza verticale del punto di applicazione della spinta dal baricentro, Z_T	0,030 m

QUESITI

(1) Discutere gli effetti diretti e indiretti della posizione dei propulsori sull'equilibrio e sulla stabilità statica al beccheggio. Per propulsori ad elica, ricavare la formula che fornisce lo spostamento del punto neutro per effetto della forza normale N_p .

QUESITI

A

9 pt

(2) Velivolo in condizione di volo orizzontale, equilibrato, ad ali livellate, ad una velocità $V = 200 \text{ km/h}$. Ciascuno motore eroga una potenza all'albero $\Pi_a = 65,0 \text{ kW}$ (*Shaft Horse Power, SHP*). Ciascuna elica funziona alla velocità angolare $\Omega_p = 2800 \text{ giri/min}$ e produce, oltre ad un'aliquota di spinta, anche una forza N_p appartenente al piano del disco e diretta verso l'alto (figura 1). Tale forza si esprime adimensionalmente come $C_{N_p} = N_p / (q_\infty S_p)$, con S_p l'area del disco dell'elica. Nella tabella 6 è dato il gradiente $dC_{N_p} / d\alpha_p$, dove α_p è l'angolo d'attacco della corrente in corrispondenza del disco dell'elica.

Si risponda ai seguenti punti: **(a)** calcolare l'angolo d'attacco di volo (rispetto alla retta di riferimento della fusoliera), per l'assegnato calettamento del piano orizzontale i_H , e la corrispondente deflessione dell'equilibratore a comandi bloccati; **(b)** calcolare il rendimento η_p delle eliche; **(c)** determinare il carico di equilibrio L_H , in modulo e segno, agente sul piano orizzontale di coda a comandi bloccati, valutandone l'entità in percentuale rispetto alla portanza totale; **(d)** calcolare il coefficiente di momento di cerniera dell'equilibratore a comandi bloccati $C_{\mathcal{H},e}$ in condizioni di equilibrio, interpretandone il segno alla luce della sua definizione; **(e)** in base ai dati della tabella 4, disegnare il grafico del $C_{\mathcal{H},e}$ in funzione di α_H (espresso in deg) per un δ_e relativo alla condizione di equilibrio considerata e per un $\delta_e = -5^\circ$; **(f)** determinare il momento di cerniera di comando $\mathcal{H}_{e,C}$, cioè la coppia richiesta a "bloccare" l'equilibratore.

4 pt

(3) Si consideri il sistema di ipersostentazione dell'ala. La porzione di area della forma in pianta alare sottesa dalla coppia di flap è $S_{\text{flap}} = 5,71 \text{ m}^2$ (con $\eta_{\text{flap,inner}} = 0$ e $\eta_{\text{flap,outer}} = 0,3$). Per una deflessione dei flap che fa variare mediamente di -4° l'angolo di portanza nulla dei profili alari interessati, si risponda ai seguenti punti: **(a)** calcolare l'angolo di portanza nulla dell'ala con flap deflessi; **(b)** disegnare la curva di C_{M_f} , cioè del coefficiente di momento della fusoliera in presenza dell'ala, in funzione di α_B (espresso in deg) e calcolare il valore del $C_{M_{0,f}}$ per flap deflessi, spiegandone il significato fisico; **(c)** a partire dalla formula di calcolo di $C_{M_{ac,w}}$, del coefficiente di momento di beccheggio dell'ala intorno al proprio centro aerodinamico, spiegare perché questo coefficiente andrebbe a modificarsi per effetto della deflessione dei flap.

Domanda di TEORIA

3 pt

(4) Determinare la posizione dei punti neutri a comandi bloccati e liberi del velivolo assegnato. Tener conto dell'effetto della forza normale N_p esercitata dalle eliche.

5 pt

(5) Si consideri il caso del volo in equilibrio con il motore *sinistro* inoperativo. Se il pilota vuole volare alla velocità $V_* = 190 \text{ km/h}$, con un angolo di derapata $\beta = 0^\circ$, calcolare: **(a)** la spinta del motore operativo; **(b)** la potenza da erogare all'albero per un rendimento propulsivo $\eta_p = 0,8$; **(c)** le deflessioni δ_r del timone e δ_a degli alettoni.

NOTE

▷ Nel rispondere al quesito 2 si ritengano *accoppiate* l'equazione di equilibrio alla traslazione in direzione normale alla traiettoria con l'equazione di equilibrio alla rotazione intorno all'asse baricentrale di beccheggio. Esse costituiscono un sistema nelle due incognite α_B e δ_e . Per un'agevole soluzione, è bene scrivere un sistema adimensionale ponendo a fattor comune nelle due equazioni a primo membro i termini proporzionali alle incognite e portando a secondo membro i termini noti:

$$\begin{cases} a_{11} \alpha_B + a_{12} \delta_e = b_1 & \leftarrow \text{equilibrio alla traslazione} \\ a_{21} \alpha_B + a_{22} \delta_e = b_2 & \leftarrow \text{equilibrio alla rotazione} \end{cases}$$

Ricordare che l'angolo d'attacco della corrente che investe il disco dell'elica è $\alpha_p = \alpha_B + \varepsilon_u$, dove ε_u è l'angolo di *upwash* in corrispondenza del disco. Si ponga

$$N_p = 0 + \frac{dN_p}{d\alpha_B} \alpha_B = \frac{dN_p}{d\alpha_p} \frac{d\alpha_p}{d\alpha_B} \alpha_B = q_\infty S_p \frac{dC_{N_p}}{d\alpha_p} \frac{d\alpha_p}{d\alpha_B} \alpha_B$$

▷ Nel rispondere al quesito 5, per semplicità si calcolino le caratteristiche aerodinamiche del velivolo all'equilibrio ipotizzando una portanza totale generata dalla sola ala.

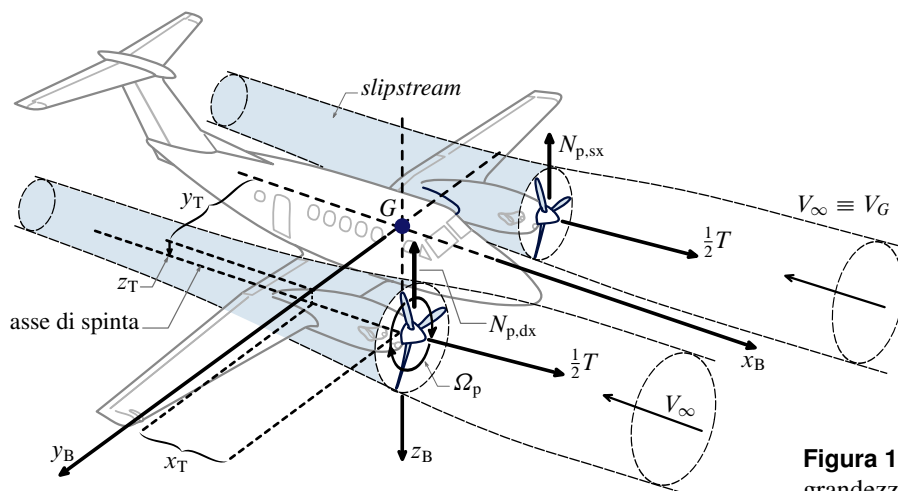


Figura 1 Velivolo bimotore. Nomenclatura delle grandezze che caratterizzano i due moto-propulsori.

SVOLGIMENTO

L'equazione di equilibrio alla traslazione lungo la normale alla traiettoria va impostata uguagliando la portanza totale $L = L_{WB} + L_H$ al peso. Pertanto si scriverà:

$$L_{WB} + L_H = W \quad (1)$$

con $L_{WB} \approx L_W$.

L'equazione di equilibrio alla rotazione intorno all'asse di beccheggio va impostata uguagliando a zero il momento di beccheggio totale:

$$\mathcal{M}_{WB} + \mathcal{M}_H + \mathcal{M}_{mot} = 0 \quad (2)$$

dove \mathcal{M}_{mot} è il contributo risultante dei propulsori. Le equazioni (1)-(2), opportunamente adimensionalizzate costituiranno un sistema di due equazioni algebriche nelle due incognite α_B e δ_e . Si perviene a tale sistema esplicitando i termini che compaiono nei primi membri, tenendo conto dei dati del problema.

Per la condizione di volo assegnata è possibile calcolare subito il coefficiente di portanza di equilibrio:

$$C_L = \frac{W}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} \quad (3)$$

con $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$, la densità dell'aria al livello del mare. La superficie di riferimento $S \equiv S_W$ dell'ala, data la forma in pianta trapezia, si ottiene come segue:

$$S = \frac{b}{2}(c_r + c_t) = \frac{b}{2}(c_r + \lambda c_r) = \frac{13,80 \text{ m}}{2} 1,78 \text{ m} (1 + 0,55) = 19,0 \text{ m}^2 \quad (4)$$

Pertanto si ha:

$$C_L = \frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \frac{1}{V^2} = \frac{2}{1,225 \text{ kg/m}^3} \frac{2500 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{19,0 \text{ m}^2} \frac{1}{(55,56 \text{ m/s})^2} = 0,681 \quad (5)$$

Il valore calcolato permetterà più avanti di determinare anche il C_D e la spinta T all'equilibrio.

Conviene calcolare qui la pressione dinamica di volo:

$$q_\infty = \frac{1}{2}\rho V^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \text{ kg/m}^3 \cdot (55,56 \text{ m/s})^2 = 1890 \text{ N/m}^2 \quad (6)$$

Calcoli relativi all'ala

Andiamo a determinare le grandezze relative all'ala. Il termine $L_W \approx L_{WB}$ nella (1), quando questo viene adimensionalizzato per $\frac{1}{2}\rho V^2 S$, diventa il coefficiente di portanza dell'ala, dato dall'espressione:

$$(C_L)_{WB} \approx (C_L)_W = (C_{L_0})_W + (C_{L_\alpha})_W \alpha_B \quad (7)$$

Nella (7) l'angolo α_B è riferito alla retta di riferimento della fusoliera (asse *body* x_B) mentre $(C_{L_0})_W$, dato dalla formula:

$$(C_{L_0})_W = (C_{L_\alpha})_W (i_W - \alpha_{0L,W}) \quad (8)$$

rappresenta il coefficiente di portanza del velivolo parziale in volo a fusoliera orizzontale, cioè quando $\alpha_B = 0$ e l'angolo d'attacco assoluto dell'ala $\alpha_{a,W}$ è pari a $i_W - \alpha_{0L,W}$. Si osservi qui che l'incognita del problema è α_B mentre la velocità di volo V , $\alpha_{0L,W}$ e i_W sono assegnati mentre $(C_{L_\alpha})_W$ e $(C_{L_0})_W$ sono ricavabili dai dati.

La corda media aerodinamica dell'ala è pari a:

$$\bar{c} = \frac{2}{3} c_r \frac{1 + \lambda + \lambda^2}{1 + \lambda} = 1,42 \text{ m} \quad (9)$$

Un altro parametro necessario ai calcoli è l'allungamento alare \mathcal{R}_W , che è pari a:

$$\mathcal{R}_W = \frac{b^2}{S} = 10,0 \quad (10)$$

Ora si può calcolare il gradiente del coefficiente di portanza. Esso si ottiene come segue:

$$(C_{L_\alpha})_W = \frac{(C_{l_\alpha})_W}{1 + \frac{(C_{l_\alpha})_W}{\pi \mathcal{R}_W e_W}} = 4,931 \text{ rad}^{-1} = 0,0861 \text{ deg}^{-1} \quad (11)$$

Per i calcoli precedenti, le grandezze a secondo membro della (8) sono ora tutte note. Dalla (8) si può conoscere quindi il $(C_{L_0})_W$ che è pari a:

$$(C_{L_0})_W = (C_{L_\alpha})_W (i_W - \alpha_{0L,W}) = 4,931 \text{ rad}^{-1} [0,044 \text{ rad} - (-0,018 \text{ rad})] = 0,31 \quad (12)$$

Calcoli relativi al velivolo parziale

Si osservi che la posizione del centro aerodinamico $X_{ac,W}/\bar{c}$ dell'ala isolata ed il coefficiente di momento $C_{M_{ac,W}}$ rispetto ad esso compaiono tra i dati del problema (dati 3D).

Passando all'accoppiamento ala-fusoliera, è noto che il centro aerodinamico del velivolo parziale $X_{ac,WB}/\bar{c}$ si presenta in posizione diversa da $X_{ac,W}/\bar{c}$. Detta $\hat{x} = X/\bar{c}$ la distanza adimensionalizzata dal bordo d'attacco della corda media aerodinamica, si ricorda che la posizione del centro aerodinamico del velivolo parziale è calcolabile come segue:

$$(\hat{x}_{ac})_{WB} = (\hat{x}_{ac})_W - \frac{(C_{M\alpha})_f}{(C_{L\alpha})_W} \quad (13)$$

dove $(C_{M\alpha})_f$ è la pendenza della curva del momento di beccheggio della fusoliera. Tenendo conto della (11) e dei dati del problema la (13) fa ottenere:

$$(\hat{x}_{ac})_{WB} = 0,280 - \frac{0,355 \text{ rad}^{-1}}{4,931 \text{ rad}^{-1}} = 0,208 \quad (14)$$

Calcoli relativi all'impennaggio orizzontale

Passiamo a calcolare alcune grandezze per le quali si deve tener conto della posizione e delle caratteristiche dell'impennaggio orizzontale. Tali grandezze saranno da utilizzarsi nella valutazione dell'equilibrio e della stabilità longitudinali.

Per cominciare, andiamo a esprimere le distanze in maniera conveniente. Si osserva che è assegnata la distanza $X_{ac,H} - X_{ac,W}$ del centro aerodinamico del piano orizzontale *dal centro aerodinamico dell'ala*. Per l'equilibrio è necessario ottenere la distanza del primo punto *dal baricentro*, cioè il braccio l_H . Esso si ottiene come segue:

$$l_H = \bar{c} \left[(\hat{x}_{ac,H} - \hat{x}_{ac,W}) - (\hat{x}_{cg} - \hat{x}_{ac,W}) \right] = 1,42 \text{ m} \left[\frac{4,90 \text{ m}}{1,42 \text{ m}} - (0,280 - 0,280) \right] = 4,90 \text{ m} \quad (15)$$

Si osservi in questo problema che i dati sono tali che $\hat{x}_{cg} = \hat{x}_{ac,W}$. Per una posizione diversa del baricentro si avrebbe una distanza l_H diversa da $X_{ac,H} - X_{ac,W}$.

Successivamente, si può calcolare la superficie in pianta e l'allungamento dell'impennaggio. Data la forma in pianta rettangolare, si ottiene:

$$S_H = b_H c_{r,H} = 4,60 \text{ m} \cdot 1,00 \text{ m} = 4,60 \text{ m}^2 \quad \text{e} \quad \mathcal{R}_H = \frac{b_H^2}{S_H} = 4,60 \quad (16)$$

Dalla prima delle (16), dalla (15) e dai dati del problema si calcola anche il rapporto volumetrico dell'impennaggio orizzontale:

$$\bar{V}_H = \frac{S_H l_H}{S \bar{c}} = \frac{4,60 \text{ m}^2 \cdot 4,90 \text{ m}}{19,04 \text{ m}^2 \cdot 1,42 \text{ m}} = 0,835 \quad (17)$$

Per quanto riguarda il funzionamento aerodinamico del piano di coda, è noto che esso vede una deviazione della corrente asintotica caratterizzata dall'angolo di *downwash* $\varepsilon_H \equiv \varepsilon$ approssimabile come:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \alpha_B \quad (18)$$

Questa espressione è valida a rigore per un punto indefinitamente a valle dell'ala, nel piano di simmetria, lungo la direzione della corrente asintotica. Le grandezze che compaiono nella legge lineare (18) sono date dalle due quantità seguenti:

$$\varepsilon_0 = 2 \frac{(C_{L_0})_W}{\pi \mathcal{R}_W e_W} = \frac{2 \cdot 0,31}{3,1415 \cdot 10,00 \cdot 0,87} = 0,0223 \text{ rad} = 1,280^\circ \quad (19)$$

e

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 2 \frac{(C_{L\alpha})_W}{\pi \mathcal{R}_W e_W} = \frac{2 \cdot 4,93}{3,1415 \cdot 10,00 \cdot 0,87} = 0,361 \quad (20)$$

L'angolo ε_0 è interpretabile come il *downwash* medio in corrispondenza del piano di coda orizzontale per $\alpha_B = 0$. La quantità $d\varepsilon/d\alpha$ è il gradiente di *downwash*.

Resta da calcolare il gradiente $C_{L\alpha,H}$ del coefficiente di portanza dell'impennaggio. Esso si ottiene con la nota espressione:

$$(C_{L\alpha})_H = \frac{(C_{l\alpha})_H}{1 + \frac{(C_{l\alpha})_H}{\pi \mathcal{R}_H e_H}} = 4,245 \text{ rad}^{-1} = 0,0741 \text{ deg}^{-1} \quad (21)$$

Derivate di stabilità e di controllo

Prima di elaborare ulteriormente le equazioni di equilibrio (1)-(2) è conveniente calcolare le derivate di stabilità e di controllo.

Con le quantità ricavate fino a questo punto è possibile calcolare la stabilità statica al beccheggio del velivolo come segue:

$$\begin{aligned}
 C_{\mathcal{M}\alpha} &= C_{L\alpha,W} (\hat{x}_{cg} - \hat{x}_{ac,WB}) - C_{L\alpha,H} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \eta_H \bar{V}_H \\
 &= 4,931 \text{ rad}^{-1} (0,280 - 0,208) - 4,245 \text{ rad}^{-1} (1 - 0,361) \cdot 0,95 \cdot 0,835 \\
 &= -1,80 \text{ rad}^{-1} = -0,0314 \text{ deg}^{-1}
 \end{aligned} \tag{22}$$

Le derivate del coefficiente di momento rispetto ai parametri di controllo sono le seguenti:

$$\begin{aligned}
 C_{\mathcal{M}\delta_e} &= -C_{L\alpha,H} \eta_H \bar{V}_H \tau_e \\
 &= -1,28 \text{ rad}^{-1} = -0,0223 \text{ deg}^{-1}
 \end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}
 C_{\mathcal{M}i_H} &= -C_{L\alpha,H} \eta_H \bar{V}_H \\
 &= -3,37 \text{ rad}^{-1} = -0,0588 \text{ deg}^{-1}
 \end{aligned} \tag{24}$$

Si osserva che le grandezze appena ricavate compaiono effettivamente nella formula (2) se la si rende adimensionale dividendo primo e secondo membro per $(q_\infty S \bar{c})$. Si ottiene infatti:

$$C_{\mathcal{M}} = C_{\mathcal{M}0} + C_{\mathcal{M}\alpha} \alpha_B + C_{\mathcal{M}\delta_e} \delta_e + C_{\mathcal{M}i_H} i_H + C_{\mathcal{M}mot} = 0 \tag{25}$$

con

$$\begin{aligned}
 C_{\mathcal{M}0} \equiv C_{\mathcal{M}}|_{\alpha_B=0} &= C_{\mathcal{M}ac,W} + C_{\mathcal{M}0,f} + C_{L0,W} (\hat{x}_{cg} - \hat{x}_{ac,WB}) + C_{L\alpha,H} \eta_H \bar{V}_H \varepsilon_0 \\
 &= -0,0726 - 0,0590 + 0,305 (0,280 - 0,208) + 4,245 \text{ rad}^{-1} \cdot 0,95 \cdot 0,835 \cdot 0,0223 \text{ rad} \\
 &= -0,0344
 \end{aligned} \tag{26}$$

dove si è posto $C_{\mathcal{M}ac,WB} = C_{\mathcal{M}ac,W} + C_{\mathcal{M}0,f}$. Nel problema posto si deve considerare nella (25) il termine $C_{\mathcal{M}mot}$ che è dovuto agli effetti propulsivi (diretti) e sarà valutato qui di seguito.

Effetti propulsivi

Sono da ritenersi non trascurabili gli effetti propulsivi nell'equazione di equilibrio alla rotazione (2), che, adimensionalizzata, la (25). In particolare, il momento \mathcal{M}_{mot} è dovuto al contributo congiunto della spinta risultante T non baricentrica e della forza normale N_p di ciascun propulsore. Si potrà porre:

$$\frac{\mathcal{M}_{mot}}{q_\infty S \bar{c}} = C_{\mathcal{M}mot} = C_{\mathcal{M}mot|T} + C_{\mathcal{M}mot|N_p} \tag{27}$$

A questo punto, è bene calcolare la spinta necessaria al volo nella condizione specificata. Per questo si calcola dapprima il coefficiente di resistenza di volo:

$$\begin{aligned}
 C_D &= C_{D0} + C_{Di} = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \mathcal{R}_W e_{tot}} \\
 &= 0,030 + \frac{0,681^2}{3,14 \cdot 10,00 \cdot 0,79} = 0,0487
 \end{aligned} \tag{28}$$

quindi, per l'equilibrio alla traslazione lungo la tangente alla traiettoria, la spinta necessaria:

$$T = D = \bar{q}_\infty S C_D = 1890 \text{ N/m}^2 \cdot 19 \text{ m}^2 \cdot 0,049 = 1752,4 \text{ N} = 178,69 \text{ kg}_f \tag{29}$$

Pertanto, nota la potenza all'albero, è possibile anche conoscere il rendimento dell'elica nelle condizioni di volo considerate. Si ha dunque:

$$\eta_p = \frac{TV}{2 P_a} = \frac{1752,4 \text{ N} \cdot 55,56 \text{ m/s} \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 65,00 \text{ kW}} = 0,75 \tag{30}$$

Si è ipotizzata una coppia di motori funzionanti in maniera simmetrica con la spinta di ciascun propulsore pari a $T/2$.

Nota la spinta, si può calcolare il contributo al coefficiente di momento di beccheggio:

$$\begin{aligned}
 C_{\mathcal{M}mot|T} &= \frac{T Z_T}{q_\infty S \bar{c}} \\
 &= \frac{1752,4 \text{ N} \cdot 0,03 \text{ m}}{1890 \text{ N/m}^2 \cdot 19,0 \text{ m}^2 \cdot 1,42 \text{ m}} = 0,00103
 \end{aligned} \tag{31}$$

Il segno positivo di questo coefficiente mostra che il momento di beccheggio dovuto alla spinta risultante è a cabrare, essendo il punto di applicazione di T sotto il baricentro. Inoltre, come praticamente avviene, questo momento è indipendente dall'angolo d'attacco.

Per quanto riguarda il momento di beccheggio complessivo dovuto alle due forze di modulo N_p , va ricordato che l'angolo d'attacco della corrente che investe il disco dell'elica è $\alpha_p = \alpha_B + \varepsilon_u$, dove ε_u è l'angolo di *upwash* in corrispondenza del disco. Pertanto si scriverà:

$$N_p = q_\infty S_p \frac{dC_{N_p}}{d\alpha_p} \frac{d\alpha_p}{d\alpha_B} \alpha_B = q_\infty S_p \frac{dC_{N_p}}{d\alpha_p} \left(1 + \frac{d\varepsilon_u}{d\alpha_B}\right) \alpha_B \quad (32)$$

che, per un numero di motori pari a 2, permette di ottenere la seguente espressione:

$$C_{\mathcal{M}_{\text{mot}}|N_p} = \frac{2 N_p X_T}{q_\infty S \bar{c}} = 2 \frac{S_p}{S} \frac{X_T}{\bar{c}} \frac{dC_{N_p}}{d\alpha_p} \left(1 + \frac{d\varepsilon_u}{d\alpha_B}\right) \alpha_B \quad (33)$$

in cui l'unica incognita è α_B . La dipendenza lineare appena ricavata è caratterizzata dal coefficiente angolare

$$\begin{aligned} \frac{dC_{\mathcal{M}_{\text{mot}}|N_p}}{d\alpha_B} &= 2 \frac{\pi D_p^2}{4 S} \frac{X_T}{\bar{c}} \frac{dC_{N_p}}{d\alpha_p} \left(1 + \frac{d\varepsilon_u}{d\alpha_B}\right) \\ &= 2 \frac{3,1415 \cdot (2,2 \text{ m})^2}{4 \cdot 19,04 \text{ m}^2} \cdot \frac{1,30 \text{ m}}{1,42 \text{ m}} \cdot (0,0032 \text{ deg}^{-1} \cdot 57,3 \text{ deg}) \cdot (1 + 0,420) \\ &= 0,0953 \text{ rad}^{-1} = 0,00166 \text{ deg}^{-1} \end{aligned} \quad (34)$$

Portanza del velivolo completo

L'equazione dimensionale (1) può essere adimensionalizzata dividendo primo e secondo membro per $(q_\infty S)$. Si ottiene infatti:

$$C_{L,\text{WB}} + \eta_H \frac{S_H}{S} C_{L,\text{H}} = \frac{W}{q_\infty S} \quad (35)$$

Il primo addendo a primo membro della (35) presenta una dipendenza da α_B . Il secondo addendo dipende sia da α_B che da δ_e . Il coefficiente di portanza del velivolo parziale sarà espresso come segue:

$$C_{L,\text{WB}} = (C_{L_0})_W + (C_{L_\alpha})_W \alpha_B = 0,31 + 4,931 \text{ rad}^{-1} \cdot \alpha_B \quad (36)$$

avendo trascurato per semplicità l'effetto della fusoliera e delle gondole sulle caratteristiche di portanza dell'ala.

Riguardo al carico sul piano di coda, esso è espresso dalla relazione:

$$L_H = \eta_H \bar{q}_\infty S_H (C_L)_H \quad (37)$$

dove $C_{L,\text{H}}$ è il coefficiente di portanza dell'impennaggio alla velocità di volo V , riferito alla superficie S_H . Assumendo un piano di coda simmetrico, si ha:

$$(C_L)_H = C_{L_{\alpha,\text{H}}} \alpha_H \quad (38)$$

in cui l'angolo d'attacco effettivo α_H della corrente che investe la coda è espresso dalla relazione:

$$\alpha_H = \alpha_B - \varepsilon + i_H + \tau_e \delta_e = \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \alpha_B - \varepsilon_0 + i_H + \tau_e \delta_e \quad (39)$$

dove si è tenuto conto della dalla (18). Pertanto, il coefficiente di portanza del piano orizzontale di coda si può esprimere come:

$$(C_L)_H = C_{L_{\alpha,\text{H}}} \left[\left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \alpha_B - \varepsilon_0 + i_H + \tau_e \delta_e \right] \quad (40)$$

Ora nella (40) tutte le grandezze sono note tranne α_B e δ_e .

Sistema di equazioni equilibrio

A questo punto le equazioni (35)-(25) possono essere espresse in forma di sistema algebrico. Il sistema potrà scriversi come segue:

$$\begin{cases} a_{11} \alpha_B + a_{12} \delta_e = b_1 & \leftarrow \text{equilibrio alla traslazione, equazione (35)} \\ a_{21} \alpha_B + a_{22} \delta_e = b_2 & \leftarrow \text{equilibrio alla rotazione, equazione (25)} \end{cases} \quad (41)$$

I coefficienti a_{ij} e b_i (per $i, j \in \{1, 2\}$) potranno essere espressi tenendo conto delle (36) e (40). Si avrà:

$$a_{11} = (C_{L_\alpha})_W + \eta_H \frac{S_H}{S} C_{L_{\alpha,\text{H}}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) = 5,554 \quad (42a)$$

$$a_{12} = \eta_H \frac{S_H}{S} C_{L_{\alpha,\text{H}}} \tau_e = 0,370 \quad (42b)$$

$$b_1 = C_L - (C_{L_0})_W - \eta_H \frac{S_H}{S} C_{L_{\alpha,\text{H}}} (i_H - \varepsilon_0) = 0,432 \quad (42c)$$

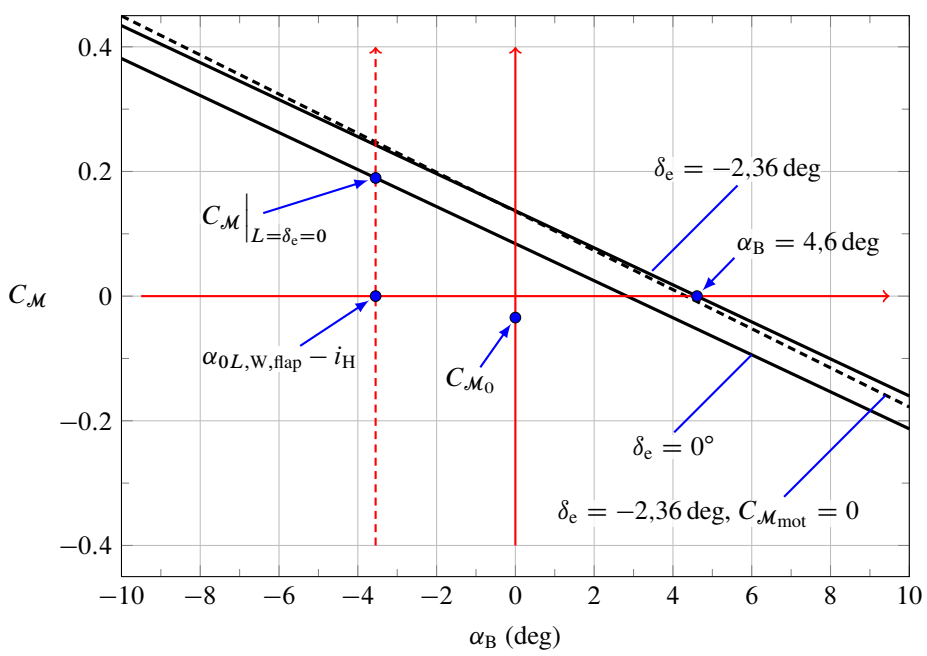


Figura 2 Grafico del momento di beccheggio del velivolo completo ($i_H = -2^\circ$).

$$a_{21} = C_{M\alpha} + \frac{dC_{M_{mot}|N_p}}{d\alpha_B} = -1,702 \quad (42d)$$

$$a_{22} = C_{M\delta_e} = -1,279 \quad (42e)$$

$$b_2 = -(C_{M_0} + C_{M_{i_H}} i_H + C_{M_{mot}|T}) = -0,0842 \quad (42f)$$

Le (42) permettono di scrivere il seguente sistema algebrico di due equazioni in due incognite:

$$\begin{cases} 5,554 \alpha_B + 0,370 \delta_e = 0,432 \\ -1,702 \alpha_B + (-1,279) \delta_e = -0,0842 \end{cases} \quad (43)$$

La risoluzione di questo sistema fornisce i seguenti valori:

$$\alpha_B = 0,0805 \text{ rad} = \underline{4,6 \text{ deg}} \quad (44)$$

$$\delta_e = -0,0413 \text{ rad} = \underline{-2,36 \text{ deg}} \quad (45)$$

Questi risultati sono riportati graficamente nella figura 2.

Carico sul piano di coda e momento di cerniera

Sostituendo i valori fin qui calcolati nella (39) si determina l'angolo d'attacco del piano orizzontale:

$$\alpha_H = \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \alpha_B - \varepsilon_0 + i_H + \tau_e \delta_e = -0,0200 \text{ rad} = -1,14 \text{ deg} \quad (46)$$

che tramite la (37) e la (38) permette di calcolare:

$$L_H = \eta_H \bar{q}_\infty S_H C_{L\alpha,H} \alpha_H = \underline{-700 \text{ N}} = \underline{-71,3 \text{ kg}_f} \quad (47)$$

Il carico L_H è dunque negativo, essendo sia α_H che δ_e negativi, ed in modulo è pari al 2,8% del peso del velivolo.

Il coefficiente di momento di cerniera si calcola immediatamente con la formula:

$$C_{\mathcal{H}_e} = C_{\mathcal{H}_{\alpha,e}} \alpha_H + C_{\mathcal{H}_{\delta_e,e}} \delta_e = (-0,0076 \text{ deg}^{-1}) \cdot (-1,1 \text{ deg}) + (-0,0140 \text{ deg}^{-1}) \cdot (-2,4 \text{ deg}) = \underline{0,0418} \quad (48)$$

Il segno positivo indica un'azione esercitata *dalla corrente sulla superficie mobile* che tende a far ruotare positivamente l'elevatore (δ_e è positivo quando il pilota, a partire dalla posizione neutra, muove il volantino verso il petto e il bordo d'uscita della superficie di controllo si sposta verso l'alto). Se tale è l'azione della corrente allora il pilota, tramite i comandi, dovrà contrastare la tendenza a ruotare dell'elevatore con un momento di cerniera $\mathcal{H}_{e,C}$ uguale e contrario al momento aerodinamico:

$$\mathcal{H}_{e,A} = C_{\mathcal{H}_e} q_\infty S_e \bar{c}_e \quad (49)$$

dove S_e e \bar{c}_e sono la superficie e la corda di riferimento convenzionali usate per l'adimensionalizzazione del coefficiente di cerniera. Nel

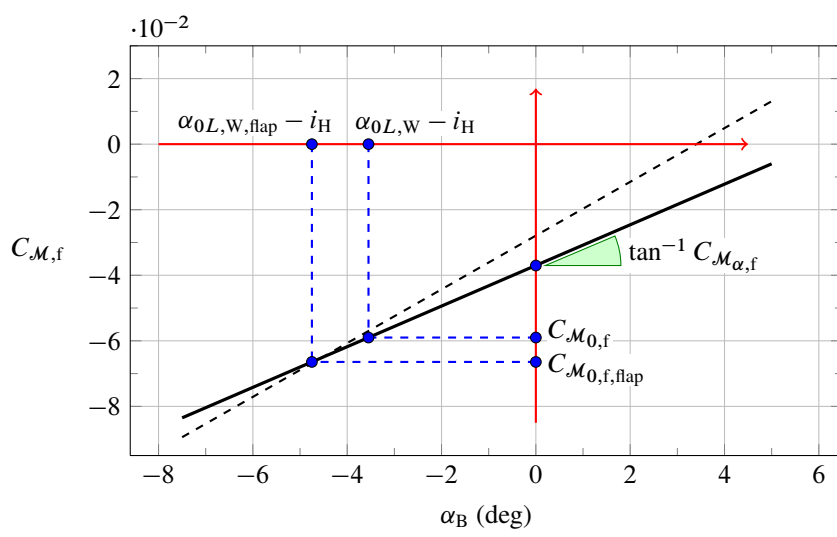


Figura 3 Grafico del momento di beccheggio della fusoliera in presenza dell'ala (curva continua, per la quale $C_{M_{\alpha,f,flap}} \approx C_{M_{\alpha,f}}$). La curva tratteggiata rappresenta un andamento plausibile del $C_{M,f}$ in presenza di un'ala con flap deflessi ($C_{M_{\alpha,f,flap}} > C_{M_{\alpha,f}}$).

caso considerato di piano di coda con forma in pianta rettangolare è

$$S_e = S_H \frac{\bar{c}_e}{c_H} = 4,60 \text{ m}^2 \cdot \frac{0,30 \text{ m}}{1,00 \text{ m}} = 1,4 \text{ m}^2 \quad (50)$$

Pertanto si avrà:

$$\mathcal{H}_{e,A} = 0,0418 \cdot 1890 \text{ N/m}^2 \cdot 1,4 \text{ m}^2 \cdot 0,30 \text{ m} = \underline{32,7 \text{ N m}} \quad (51)$$

ovvero

$$\mathcal{H}_{e,C} = \underline{-32,7 \text{ N m}} \quad (52)$$

Ala con flap deflessi

Per quanto riguarda il sistema di ipersostentazione, i dati assegnati permettono di ricavare agevolmente l'angolo di portanza nulla dell'ala con flap deflessi. Si ha:

$$\alpha_{0L,W,flap} = \alpha_{0L,W} + \Delta\alpha_{0L} \frac{S_{flap}}{S} = -0,018 \text{ rad} + (-0,070 \text{ rad}) \frac{5,71 \text{ m}^2}{19,04 \text{ m}^2} = \underline{-0,039 \text{ rad}} = \underline{-2,2 \text{ deg}} \quad (53)$$

Il valore del $C_{M_{0,f}}$ per flap deflessi è calcolabile come:

$$(C_{M_0})_{f,flap} = (C_{M_0})_f + (C_{M_\alpha})_f (\alpha_{0L,W,flap} - \alpha_{0L,W}) = -0,059 + 0,3552 \text{ rad}^{-1} \cdot (-0,021 \text{ rad}) = \underline{-0,0664} \quad (54)$$

avendo ritenuto $C_{M_{\alpha,f,flap}} \approx C_{M_{\alpha,f}}$. Tale approssimazione può essere evitata se è nota la pendenza $C_{M_{\alpha,f,flap}}$ per la configurazione a flap deflessi. La presenza dell'ala con ipersostentazione attivata determina sul momento di beccheggio della fusoliera un effetto instabilizzante ancora più forte che nel caso di ala con flap retratti ($C_{M_{\alpha,f,flap}} > C_{M_{\alpha,f}}$). Si veda la figura 3.

Punto neutro

Il punto neutro è quel punto, tipicamente individuato sulla corda media aerodinamica dell'ala, che se assunto come polo dà luogo a un coefficiente di momento di beccheggio del velivolo costante al variare dell'angolo d'attacco. Dal momento che il momento di beccheggio è calcolato rispetto a un polo coincidente con il baricentro, il punto neutro è la posizione del baricentro che dà luogo a una stabilità neutra. La posizione del punto neutro a comandi bloccati \hat{x}_N , intesa come distanza adimensionale dal bordo d'attacco della corda media aerodinamica, può essere valutata sapendo che essa è collegata alla posizione \hat{x}_{cg} del baricentro tramite la seguente relazione:

$$\hat{x}_{cg} - \hat{x}_N = \frac{C_{M_\alpha}}{C_{L_\alpha,tot}} \quad (55)$$

dove $C_{L_\alpha,tot} \equiv C_{L_\alpha}$ è il gradiente della retta di portanza del velivolo completo, comprendente i contributi dell'ala e del piano di coda:

$$\begin{aligned} C_{L_\alpha} &= C_{L_\alpha,W} + C_{L_\alpha,H} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \frac{S_H}{S} \eta_H \\ &= 4,931 \text{ rad}^{-1} + 4,245 \text{ rad}^{-1} \cdot (1 - 0,361) \cdot \frac{4,60 \text{ m}^2}{19,04 \text{ m}^2} \cdot 0,95 \\ &= 5,554 \text{ rad}^{-1} = 0,0969 \text{ deg}^{-1} \end{aligned} \quad (56)$$

Dalla (55) si ricava quindi:

$$\hat{x}_N = 0,280 - \frac{-1,80 \text{ rad}^{-1}}{5,554 \text{ rad}^{-1}} = \underline{0,604} \quad (57)$$

Un'espressione approssimata di \hat{x}_N , alternativa all'espressione esatta (55), è la seguente:

$$\hat{x}_N = \hat{x}_{ac,WB} + \eta_H \bar{V}_H \frac{C_{L\alpha,H}}{C_{L\alpha,W}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \quad (58)$$

che fornisce il valore:

$$\hat{x}_N = 0,208 + 0,95 \cdot 0,835 \cdot \frac{4,245 \text{ rad}^{-1}}{4,931 \text{ rad}^{-1}} \cdot (1 - 0,361) = 0,644 \quad (59)$$

con un errore rispetto al valore dato dalla (57) di circa il 4% della corda media aerodinamica.

La posizione del punto neutro a comandi liberi può esprimersi come segue:

$$\hat{x}_{N'} = \hat{x}_{cg} - \frac{C'_{M\alpha}}{C'_{L\alpha}} = \hat{x}_{cg} - \frac{C_{L\alpha,W} (\hat{x}_{cg} - \hat{x}_{ac,WB}) - C_{L\alpha,H} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \eta_H \bar{V}_H F}{C_{L\alpha,W} + C_{L\alpha,H} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \frac{S_H}{S} \eta_H F} \quad (60)$$

molto simile alla (55), con la differenza che nelle espressioni di $C'_{M\alpha}$ e $C'_{L\alpha}$ compare il fattore F (*free elevator factor*) pari a:

$$F = 1 - \tau_e \frac{C_{\mathcal{H}\alpha,e}}{C_{\mathcal{H}\delta_e,e}} = 1 - 0,38 \cdot \frac{-0,0076 \text{ deg}^{-1}}{-0,0140 \text{ deg}^{-1}} = 0,79 \quad (61)$$

Sostituendo il valore precedente nella (60) si ottiene:

$$\hat{x}_{N'} = 0,280 - \frac{-1,353 \text{ rad}^{-1}}{5,426 \text{ rad}^{-1}} = \underline{0,529} \quad (62)$$

Un'espressione approssimata di $\hat{x}_{N'}$, alternativa all'espressione esatta (60), è la seguente:

$$\hat{x}_N = \hat{x}_{ac,WB} + \eta_H \bar{V}_H \frac{C_{L\alpha,H}}{C_{L\alpha,W}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) F \quad (63)$$

che fornisce il valore:

$$\hat{x}_{N'} = 0,208 + 0,95 \cdot 0,835 \cdot \frac{4,245 \text{ rad}^{-1}}{4,931 \text{ rad}^{-1}} \cdot (1 - 0,361) \cdot 0,79 = 0,554 \quad (64)$$

con un errore rispetto al valore dato dalla (62) di circa il 2% della corda media aerodinamica.

Effetti della propulsione sullo spostamento del punto neutro

La forza normale N_p di ciascuna elica posta davanti al baricentro determina uno spostamento verso prora del punto neutro dato dalla seguente formula:

$$\Delta \hat{x}_N \Big|_{N_p} = -\frac{dC_{M_{mot}}}{dC_L} = -2 \frac{S_p}{S} \frac{X_T}{\bar{c}} \frac{dC_{N_p}}{d\alpha_p} \left(1 + \frac{d\varepsilon_u}{d\alpha_B}\right) \frac{1}{C_{L\alpha,W}} = \underline{0,019} \quad (65)$$

Lo spostamento in avanti del punto neutro dovuto agli effetti propulsivi è pari a circa il 2% della corda media aerodinamica \bar{c} .

Equilibrio latero-direzionale

Nell'ipotesi di piantata del motore sinistro (condizione indicata con '★') alla velocità $V_\star = 190 \text{ km/h}$, l'equilibrio alla traslazione lungo la traiettoria permette di ricavare la spinta T_\star pari alla resistenza D_\star . Si avrà la seguente uguaglianza:

$$T_\star = D_\star = (C_D)_\star \bar{q}_\star S \quad (66)$$

con

$$\bar{q}_\star = \frac{1}{2} \rho V_\star^2 = 0,5 \cdot 1,225 \text{ kg/m}^3 \cdot (52,8 \text{ m/s})^2 = 1706 \text{ N/m}^2 \quad (67)$$

Per conoscere la resistenza in queste condizioni è necessario determinare il coefficiente di resistenza:

$$(C_D)_\star = (C_{D_0} + C_{D_i})_\star = C_{D_0} + \frac{(C_L)_\star^2}{\pi \mathcal{R}_W e_{tot}} \quad (68)$$

Si osserva che alla velocità assegnata, affinché venga equilibrato il peso W , il velivolo dovrà volare ad un coefficiente di portanza:

$$(C_L)_\star = \frac{W}{\bar{q}_\star S} = \frac{2500 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{1706 \text{ N/m}^2 \cdot 19,0 \text{ m}^2} = 0,755 \quad (69)$$

Si ricava dunque:

$$(C_D)_* = 0,030 + \frac{0,755^2}{3,14 \cdot 10,00 \cdot 0,79} = 0,053 \quad (70)$$

e una spinta:

$$T_* = 0,053 \cdot 1706 \text{ N/m}^2 \cdot 19,0 \text{ m}^2 = 1719,8 \text{ N} = 175,4 \text{ kg}_f \quad (71)$$

La potenza che l'albero del motore operativo deve erogare in queste condizioni, per un rendimento propulsivo $\eta_{p,*} = 0,8$, è data da:

$$\Pi_{a,*} = \frac{T_* V_*}{\eta_{p,*}} = \frac{1719,8 \text{ N} \cdot 52,8 \text{ m/s}}{0,8} \cdot 10^{-3} = 113,5 \text{ kW} \quad (72)$$

Il momento di imbardata della spinta asimmetrica rispetto al baricentro è pari a:

$$\mathcal{N}_{\text{mot}} = -T_{dx} Y_T = -1719,8 \text{ N} \cdot 3,20 \text{ m} = -5503 \text{ N m} \quad (73)$$

Il coefficiente di momento di imbardata associato alla spinta è dunque pari a:

$$C_{\mathcal{N}_T} = \frac{\mathcal{N}_{\text{mot}}}{\bar{q}_* S b} = \frac{-5503 \text{ N m}}{1706 \text{ N/m}^2 \cdot 19,0 \text{ m}^2 \cdot 13,80 \text{ m}} = -0,01228 \quad (74)$$

Inoltre, per semplicità si suppone che la propulsione asimmetrica determini un momento di rollio trascurabile: $\mathcal{L}_{\text{mot}} = 0$ e $C_{\mathcal{L}_T} = 0$. Si osservi che in assenza di quest'ultima semplificazione si richiederebbe il calcolo della forza normale N_p^* ; essa sarà funzione di α_B^* e darà un momento di rollio $\mathcal{L}_{\text{mot}} = N_{p,dx} Y_T$.

Si hanno a disposizione le equazioni di equilibrio alla rotazione intorno agli assi di rollio e di imbardata. In termini adimensionali si deve avere:

$$C_{\mathcal{L}} = C_{\mathcal{L}_\beta} \beta + C_{\mathcal{L}_{\delta_a}} \delta_a + C_{\mathcal{L}_{\delta_r}} \delta_r = 0 \quad (75a)$$

$$C_{\mathcal{N}} = C_{\mathcal{N}_T} + C_{\mathcal{N}_\beta} \beta + C_{\mathcal{N}_{\delta_a}} \delta_a + C_{\mathcal{N}_{\delta_r}} \delta_r = 0 \quad (75b)$$

Conviene considerare inizialmente l'equazione (75b), nella quale si può trascurare in prima approssimazione il contributo della deflessione degli alettoni (imbardata inversa). Pertanto, la deflessione del timone si ricava dalla (75b) per $C_{\mathcal{N}_{\delta_a}} \delta_a \approx 0$, ottenendo:

$$\delta_r = -\frac{C_{\mathcal{N}_T} + C_{\mathcal{N}_\beta} \beta}{C_{\mathcal{N}_{\delta_r}}} \quad (76)$$

In questa espressione semplificata va inserito il valore della potenza di controllo:

$$C_{\mathcal{N}_{\delta_r}} = -(C_{L\alpha})_V \eta_V \bar{V}_V \tau_r \quad (77)$$

che è proporzionale al fattore volumetrico dell'impennaggio verticale

$$\bar{V}_V = \frac{S_V}{S} \frac{l_V}{b} = \frac{3,70 \text{ m}^2}{19,04 \text{ m}^2} \cdot \frac{5,75 \text{ m}}{13,80 \text{ m}} = 0,081 \quad (78)$$

ed è pari a:

$$\begin{aligned} C_{\mathcal{N}_{\delta_r}} &= -3,04 \text{ rad}^{-1} \cdot 1,00 \cdot 0,081 \cdot 0,48 \\ &= -0,1182 \text{ rad}^{-1} = -0,00206 \text{ deg}^{-1} \end{aligned} \quad (79)$$

Questo risultato, per il valore assegnato $\beta = 0^\circ$ dell'angolo di derapata, a partire dalla (76) consente di calcolare:

$$\delta_r = -\frac{-0,01228}{-0,1182 \text{ rad}^{-1}} = -0,1039 \text{ rad} = -6,0^\circ \quad (80)$$

Il valore negativo della deflessione richiesta al timone per mantenere l'angolo di derapata nullo conferma il fatto che per equilibrare la coppia d'imbardata del motore destro, che tende a spostare la prua del velivolo verso sinistra, il pilota deve dare pedale destro.

A questo punto si può prendere in considerazione la condizione di equilibrio al rollio (75a). In questa formula, $\beta = 0$ e δ_r è dato dalla (80). Il valore della deflessione è dunque dato dalla seguente formula:

$$\delta_a = -\frac{C_{\mathcal{L}_{\delta_r}} \delta_r}{C_{\mathcal{L}_{\delta_a}}} \quad (81)$$

nella quale vanno determinate le due potenze di controllo $C_{\mathcal{L}_{\delta_a}}$ e $C_{\mathcal{L}_{\delta_r}}$.

La prima potenza di controllo si calcola in base alla formula seguente:

$$C_{\mathcal{L}\delta_a} = -0,9 \frac{2}{S b} C_{L\alpha} \tau_a \int_{\eta_{\text{inner}} \cdot b/2}^{\eta_{\text{outer}} \cdot b/2} c(y) y dy \quad \text{con } C_{L\alpha} = (C_{L\alpha})_{W,3D} \quad (82)$$

Per una distribuzione lineare di corde

$$c(y) = \mathcal{E}y + \mathcal{F} \quad \text{con } \mathcal{E} = -0,116 \quad \text{ed } \mathcal{F} = 1,78 \text{ m} \quad (83)$$

la (82) fornisce:

$$\begin{aligned} C_{\mathcal{L}\delta_a} &= -0,9 \cdot \frac{2,0 \cdot 4,93 \cdot 0,40}{19,04 \text{ m}^2 \cdot 13,80 \text{ m}} \int_{0,70 \cdot 13,80 \text{ m}/2}^{0,95 \cdot 13,80 \text{ m}/2} (-0,116y + 1,78 \text{ m}) y dy \\ &= -0,148 \text{ rad}^{-1} = -0,00258 \text{ deg}^{-1} \end{aligned} \quad (84)$$

La seconda derivata di controllo rappresenta l'effetto della deflessione del timone sul momento di rollio ed è calcolabile come segue:

$$\begin{aligned} C_{\mathcal{L}\delta_r} &= (C_{L\alpha})_V \eta_V \tau_r \frac{S_V}{S} \frac{h_V}{b} \\ &= 3,04 \text{ rad}^{-1} \cdot 1,00 \cdot 0,48 \cdot \frac{4,60 \text{ m}^2}{19,04 \text{ m}^2} \cdot \frac{1,35 \text{ m}}{13,80 \text{ m}} = 0,0278 \text{ rad}^{-1} = 0,00048 \text{ deg}^{-1} \end{aligned} \quad (85)$$

Noti i valori calcolati fino a questo punto, la (81) permette di determinare

$$\delta_a = -\frac{0,0278 \text{ rad}^{-1} \cdot (-0,104 \text{ rad})}{-0,148 \text{ rad}^{-1}} = \underline{\underline{-0,0195 \text{ rad}}} = \underline{\underline{-1,1 \text{ deg}}} \quad (86)$$